ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ ПРОДУКТА И РЕКЛАМА

Ж. Яскольд Габжевич, Ж.-Ф. Тиссе

О ПРИРОДЕ КОНКУРЕНЦИИ ПРИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМ ПРОДУКТЕ*

J. JASKOLD GABSZEWICZ, J.-F. THISSE

ON THE NATURE OF COMPETITION WITH DIFFERENTIATED PRODUCTS

Начиная с работ Бертрана (1883) и Эджуорта (1925) идут дискуссии о хрупкости рыночного равновесия при конкуренции между несколькими продавцами. По мнению Хотеллинга, неустойчивость цен не имеет места, когда товары дифференцированы (Hotelling, 1929). Но недавно привлек внимание тот факт, что дифференциация продукта лишь ослабляет дестабилизирующие силы, но не исключает полностью возможности возникновения ценовых циклов (d'Aspremont et al., 1979). Цель данной статьи — показать, что *вертикальная* и *горизонтальная* дифференциации продукта имеют неодинаковое влияние: устойчивая ситуация на рынке (в том числе эндогенное определение товара) имеет место чаще при вертикальной дифференциации, нежели при горизонтальной.[1]

Горизонтальная дифференциация коренится в различии вкусов. Точнее, потенциальные потребители имеют *неоднородные* предпочтения относительно соотношения характеристик, воплощаемых в товаре. Большое количество заменяемых товаров может существовать на одном рынке лишь потому, что каждый из них сочетает различные характеристики в соотношении, удовлетворяющем какой-то сегмент покупателей: при

---

* Опубликовано в Economic Journal. 1986. Vol. 96. P. 160–172.

[1] Другое отличие горизонтальной дифференциации от вертикальной, не рассматриваемое здесь нами, вытекает из особенности той рыночной структуры, которая возникает при наших альтернативах (см. Shaked, Sutton, 1985).

этом два товара различаются между собой по некоторым свойствам сильнее, чем по всем остальным. Всякое разнообразие свойств имеет свой круг потребителей, так же как население вокруг некоего конкретного магазина формирует его потенциальный рынок сбыта. Тем не менее конкуренты могут прибрать к рукам часть этого рынка за счет соответствующего снижения цены.

Напротив, вертикальная дифференциация продукта имеет отношение к классу товаров, существующих на данном рынке одновременно, даже если потребители единодушно предпочитают один товар другому: для любых двух товаров в данном диапазоне уровень всех характеристик одного товара выше, чем у другого. Таким образом, существование продукта низкого качества возможно лишь за счет продажи его по сниженной цене, что компенсирует изначальную привлекательность товара с более желаемым качеством. Поэтому продавец низкокачественного товара будет специализироваться на том сегменте покупателей, привязанность которых к определенному набору товаров низка либо вследствие относительно низкого дохода, либо из-за слабой интенсивности предпочтений. В то же время продавец высококачественного продукта получит абсолютное преимущество над конкурентом.[2]

Оказывается, что в этих двух ситуациях как ценовая, так и продуктовая конкуренция ведет к различным результатам относительно устойчивости рыночного равновесия. Рассмотрим две простые модели, заимствованные из теории пространственного размещения, которые покажут нам это различие.

I. Модели

Рассмотрим дорогу в долине, население которой размещено равномерно вдоль этой дороги между точкой 0 (начало долины) и точкой 1. В первом примере, отраженном на рис. 1, два магазина, продающие однородный продукт, размещены внутри населенного района (интервал [0, 1]). Первый мага-

---

[2] Насколько нам известно, установление различия между горизонтальной и вертикальной продуктовой дифференциацией восходит к Ланкастеру (1979).

Рис. 1. Пример I.

Рис. 2. Пример II.

зин размещен в точке s_1, второй — в точке s_2, при этом $s_1 \leq s_2$ и s_1, $s_2 \in S_{\mathrm{I}} = [0, 1]$. Во втором примере (рис. 2) не разрешается размещать магазины в жилых районах согласно регулированию деятельности в данной зоне, но их владельцы все еще готовы разместить магазины на дороге. Повинуясь этому ограничению, продавец 1 ставит свой магазин в точке $s_1 \geq 1$, а продавец 2 — в точке $s_2 \geq s_1$, при этом s_1, s_2 Î $S_{\mathrm{II}} = [1, \infty[$.

Первый пример точно соответствует модели Хотеллинга «Главная улица» и является прототипом горизонтальной дифференциации продукта (назовем его моделью I). Если для потребителей существуют транспортные затраты на дорогу до магазина, то те из них, кто размещен ближе к продавцу 1, предпочитают продукт из s_1 тому же самому продукту из магазина s_2, и наоборот (здесь расстояние является единственной характеристикой различия между товарами).

Рассмотрим второй пример. Ясно, что все жители предпочитают покупать товар в магазине, размещенном в s_1, а не в s_2, так как для любого покупателя магазин s_1 ближе, а потому и транспортные расходы ниже. Поэтому все потребители едины во мнении, что продавец 1 предлагает лучший товар, чем продавец 2. Этот пример послужит нам прототипом вертикальной дифференциации (назовем его моделью II).

Для выяснения природы конкуренции в этих двух моделях введем транспортные затраты t между s и s' как квадратичную функцию $t(s, s')$, определяемую равенством:

$$t(s, s') = c|s - s'| + d(s - s')^2, \ c > 0, \ d > 0.$$ [3]

[3] Анализ модели 1 при предположениях, что $c > 0$, $d = 0$ или $c = 0$, $d > 0$, уже проводился (см. d'Aspremont et al., 1979).

Для упрощения мы также предполагаем, что каждый покупатель потребляет только единицу продукта вне зависимости от его цены и что продукт производится без затрат. Для начала мы рассмотрим ценовую конкуренцию с фиксированным размещением магазинов, используя для этого понятие некооперативного ценового равновесия. Дальше мы изучим проблему пространственной конкуренции, приводящей к выбору конкретного размещения фирмы в географическом пространстве; здесь мы используем концепцию некооперативного совершенного равновесия.

II. Результаты

1. Ценовая конкуренция

Для начала рассмотрим ценовую конкуренцию в модели I. Предположим, что оба магазина размещены симметрично, см. рис. 3, $s_1 = 1/2 - a$ и $s_2 = 1/2 + a$ соответственно при $0 \le a \le 1/2$.[4]

Обозначим через p_1 (p_2) цену, назначаемую продавцом 1 (продавцом 2). Так как продукт однороден, то покупатель приобретает его у продавца с минимальной «ценой с доставкой», равной отпускной цене плюс транспортные затраты. Использование этого принципа позволяет нам определить спрос для каждой фирмы в зависимости от цены, установленной конкурентом. Обозначим через $\bar{x}(p_1, p_2)$ положение предельного потребителя, т. е. потребителя, безразличного к тому, у какого продавца покупать продукт. Тогда $\bar{x}(p_1, p_2)$ находится как решение уравнения:

$$p_1 + c|s_1 - x| + d(s_1 - x)^2 = p_2 + c|s_2 - x| + d(s_2 - x)^2 .$$

Покупатели между 0 и $\bar{x}(p_1, p_2)$ обслуживаются первым продавцом, а покупатели между $\bar{x}(p_1, p_2)$ и 1 — соответственно вторым продавцом. В зависимости от положения $\bar{x}(p_1, p_2)$ по отношению к 0, s_1, s_2 и 1 функция спроса представляет собой

---

[4] По причинам, которые станут вполне очевидными позднее, нет необходимости рассматривать ценовую конкуренцию в несимметричном случае.

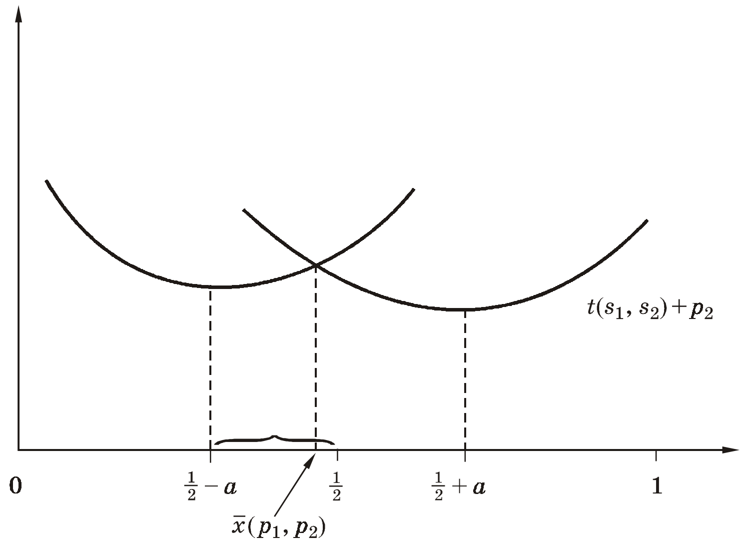

Рис. 3. Сегменты рынка в модели I.

кусочно-линейную функцию, определенную в пяти ценовых областях **(**см. рис. 3, где $s_1 < \bar{x}(p_1, p_2) < s_2$**).**

В качестве примера приведем функцию спроса для фирмы 1, соответствующую цене $\bar{p}_2$, объявленной фирмой 2:

$$\mu_1(p_1, \bar{p}_2) = 0, \text{ если } p_1 \geq p_1' = \bar{p}_2 + 2ac + 2ad;$$

$$= \frac{\bar{p}_2 - p_1 + 2ac + 2ad}{4ad}, \text{ если } p_1' > p_1 \geq p_1'' = \bar{p}_2 + 2ac + 4a^2d;$$

$$= \frac{\bar{p}_2 - p_1 + c + 2ad}{4ad + 2c}, \text{ если } p_1'' > p_1 \geq p_1''' = \bar{p}_2 - 2ac - 4a^2d;$$

$$= \frac{\bar{p}_2 - p_1 + 2ad - 2ac}{4ad}, \text{ если } p_1''' > p_1 \geq p'''' = \bar{p}_2 - 2ac - 2ad;$$

$$= 1, \text{ если } p_1'''' > p_1 \geq 0.$$

Отметим, что при цене $p_1 = p_1'''$, когда граница разделения рынка проходит через точку $\bar{s}_1 = 1/2 + a$, функция спроса теряет во-

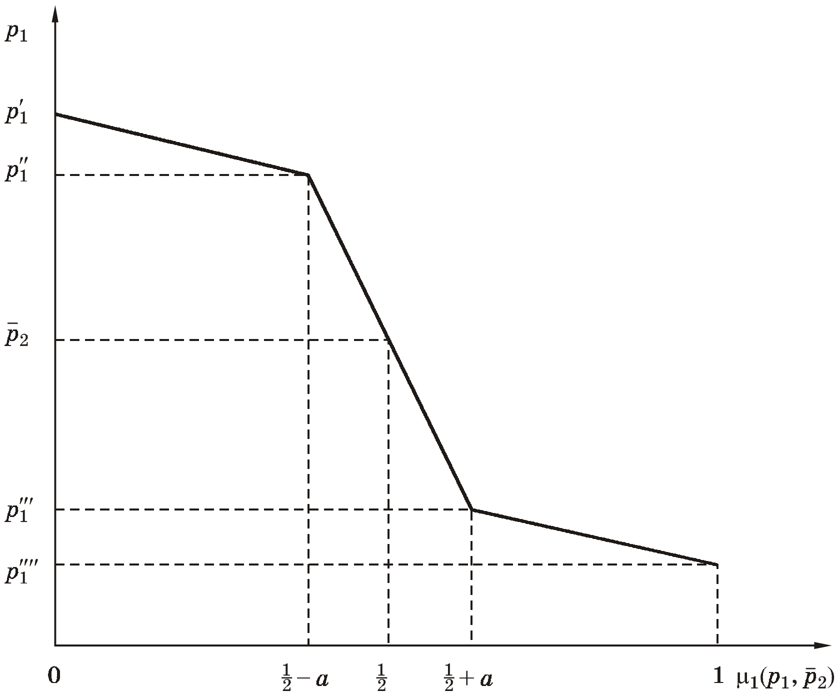

Рис. 4. Спрос фирмы 1 (модель I).

гнутость. Аналогично мы можем построить функцию спроса и для второй фирмы. Она будет обладать теми же свойствами: непрерывностью, кусочной линейностью и отсутствием вогнутости. Определим прибыль i-й фирмы равенством $P_i(p_i, p_j) = p_i\mu_i(p_i, p_j)$, где $i = 1, 2$. Некооперативное *ценовое равновесие* — это такая пара (p_1^*, p_2^*) цен, что ни одна из фирм не может увеличить своей прибыли за счет одностороннего изменения цены.

В утверждении 1 Приложения показано, что ценовое равновесие не существует в том случае, когда расстояние между двумя фирмами ($2a$) достаточно мало.[5] Это очевидно, так как

[5] Интересно, что в этом случае ценовое равновесие не существует, хотя функция прибыли непрерывна. Это опровергает распространенное мнение, что отсутствие ценового равновесия является следствием разрывности последней.

построенная функция прибыли зависит как от цены $\bar{p}_2$, так и от параметров a (расстояние между фирмами), c и d (которые определяют соответственно вес квадратичного и линейного слагаемых в функции транспортных затрат). Если ценовое равновесие существует, то его естественно искать среди пар (p_1^*, p_2^*), где p_1^* — наилучший ответ фирмы 1 на цену p_2^* фирмы 2 в той ценовой области из указанных пяти, которой принадлежит линия разделения рынка, и наоборот. (Не следует искать равновесия где-то еще, поскольку это означало бы, что одна из фирм не может полностью обеспечить свой район. В этом случае фирма имела бы стимулы к соответствующему снижению цены для повышения своей прибыли, что противоречит тому факту, что у нас имеется равновесная ценовая ситуация.) Тот факт, что пара (p_1^*, p_2^*) является ситуацией равновесия, означает, что ни одна из фирм не может увеличить свою прибыль путем соответствующего изменения цены и присвоения себе части рынка конкурента. Понятно, что если фирмы размещены достаточно близко, то это всегда выгодно сделать (см. Приложение).

Итак, в модели I имеются такие размещения фирм, для которых не существует ценового равновесия.[6] Мы используем этот факт, когда будем сравнивать пространственную конкуренцию в контексте горизонтальной дифференциации с пространственной конкуренцией при вертикальной дифференциации.

Теперь рассмотрим ценовую конкуренцию в модели II. При заданных ценах p_1 и p_2, аналогично предыдущей модели, покупатели между 0 и $\bar{x}(p_1, p_2)$ обслуживаются первым магазином, а те, кто располагается между $\bar{x}(p_1, p_2)$ и 1, — соответственно вторым магазином (см. рис. 5). Точка раздела рынка сбыта, $\bar{x}$, определяется из уравнения:

$$p_1 + c(s_1 - x) + d(s_1 - x)^2 = p_2 + c(s_2 - x) + d(s_2 - x)^2$$

или

$$\bar{x}(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + c(s_2 - s_1) + d(s_2^2 - s_1^2)}{2d(s_2 - s_1)},$$

[6] Итон и Липси (1978) предположили, что для решения проблемы существования необходимо, чтобы фирмы отказались от использования тех стратегий поведения, которые бы полностью подавили

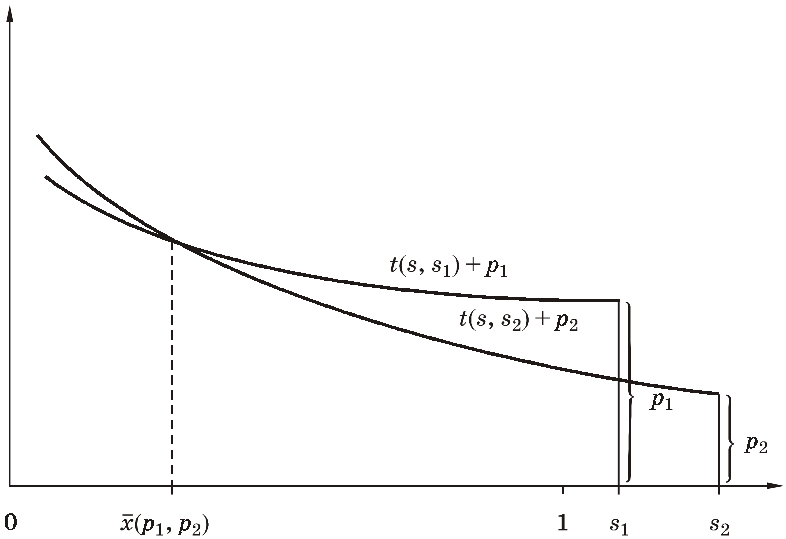

Рис. 5. Сегменты рынка в модели II.

и тогда функции спроса для обеих фирм определяются так:

$\mu_1(p_1, p_2) = 0$, если $p_1 \geq p_2 + c(s_2 - s_1) + d(s_2^2 - s_1^2) = p_1'$;

$$= \frac{p_2 - p_1}{2d(s_2 - s_1)} + \frac{c + d(s_2 + s_1)}{2d}, \text{ если}$$

$$p_1' > p_1 \geq p_1'' = p_2 + (c - 2d)(s_2 - s_1) + d(s_2^2 - s_1^2);$$

$= 1$, если $p_1'' > p_1 \geq 0$;

конкурента. Учитывая это ограничение, мы получаем так называемое ценовое равновесие «модифицированной нулевой предположительной вариации» (modified zero conjectural variation, ZCV). Не вызывает сомнений, что такое равновесие всегда существует в случае линейной функции транспортных затрат. Однако можно показать, что для некоторого размещения магазинов ZCV ценовое равновесие не существует при линейно-квадратичной функции транспортных затрат, что объясняется прежде всего тем, что функции прибыли фирм не являются квазивогнутыми в соответствующей ценовой области.

$$\mu_2(p_1,p_2) = 0\text{, если } p_2 \geq p_1 + (2d - c)(s_2 - s_1) - d\left(s_2^2 - s_1^2\right) = p_2';$$

$$= \frac{p_1 - p_2}{2d(s_2 - s_1)} + \frac{2d - c - d(s_2 + s_1)}{2d}\text{, если}$$

$$p_2' > p_2 \geq p_2'' = p_1 - c(s_2 - s_1) - d\left(s_2^2 - s_1^2\right);$$

$$= 1\text{, если } p_2'' > p_2 \geq 0.$$

Определяя функцию прибыли для i-го магазина $P_i\left(p_i,p_j\right) = p_i\mu_i\left(p_i,p_j\right)$, $i = 1, 2$, мы отмечаем квазививогнутость обеих функций, что гарантирует нам существование ценового равновесия вне зависимости от положения s_1 и s_2 для любой возможной вертикальной дифференциации местоположения. Это свойство контрастирует с той ценовой неустойчивостью, которую мы наблюдали при горизонтальной дифференциации.

2. Продуктовая конкуренция

Начиная с Хотеллинга (1929) взаимосвязь между продуктовой конкуренцией и назначением цены принято рассматривать как двухэтапный некооперативный процесс. На первом этапе происходит принятие неценового решения, которое, как ожидается, приведет к ценовому равновесию на втором этапе. Разделение на этапы мотивируется четкой последовательностью в процессе принятия решений: так, выбор местоположения магазина всегда предшествует определению цены. Обозначим ценовое равновесие (если оно, конечно, существует), отвечающее паре положений (s_1,s_2), как $\left[p_1^*(s_1,s_2), p_2^*(s_1,s_2)\right]$. Тогда прибыль i-й фирмы (фирмы j соответственно) при ее размещении в s_i (s_j соответственно) и использовании равновесных цен будет определяться по формуле:

$$P_i\left[s_i,s_j;p_i^*(s_i,s_j),p_j^*(s_i,s_j)\right] = p_i^*(s_i,s_j)\mu_i\left[s_i,s_j;p_i^*(s_i,s_j),p_j^*(s_i,s_j)\right],$$

где $\mu_i(\ldots)$ — это значение функции спроса для i-го продавца в точке равновесия. На основе этой формулы можно определить совершенное равновесие как такую пару $\left[\left(p_1^*, s_1^*\right),\left(p_2^*, s_2^*\right)\right]$, когда

$\forall\, s_i \in S_{\mathrm{I}}$ (или S_{II}), $i = 1, 2$:

$$\text{I) } p_1^* = p_1^*\left(s_1^*, s_2^*\right) \text{ и } p_2^* = p_2^*\left(s_1^*, s_2^*\right),$$

$$\text{II) } P_i\left[s_i^*, s_j^*; p_i^*\left(s_i^*, s_j^*\right), p_j^*\left(s_i^*, s_j^*\right)\right] \geq P_i\left[s_i, s_j^*; p_i^*\left(s_i, s_j^*\right), p_j^*\left(s_i, s_j^*\right)\right]$$

для любых $s_i \in S_{\mathrm{I}}$ (или S_{II}).[7]

В рамках концепции совершенного равновесия подразумевается, что, когда обе фирмы выбирают местоположение магазинов, они предвидят последствия своего выбора. В особенности они должны знать то, что конкуренция будет тем сильнее, чем ближе друг к другу они расположат магазины. С другой стороны, чем дальше магазины друг от друга, тем слабее их влияние на рынок конкурента. Если существует какой-то компромисс в этой ситуации, то происходит стабилизация выбора размещения магазинов и цен, т. е. образование ситуации совершенного равновесия.

Рассмотрим продуктовую конкуренцию при горизонтальной и вертикальной дифференциации продукта. Очевидно, что в рамках модели I совершенного равновесия не существует, так как его концепция требует, чтобы ценовое равновесие существовало для любой пары положений (s_1, s_2). Однако мы знаем, что при достаточно близком размещении магазинов ценовое равновесие невозможно. Таким образом, горизонтальная дифференциация продукта влечет за собой неустойчивость ценовой и продуктовой конкуренций между продавцами. Конечно, при условии частичной или полной договоренности между продавцами вполне возможно образование некоторых равновесно-договорных цен и урегулирование проблемы местоположения, но при рассмотрении некооперативного случая нам следует отбросить эту возможность.

А что происходит в модели II? В утверждении 2 Приложения показано, что единственное положение равновесия, соответствующее паре (s_1, s_2), определяется так:

$$p_1^*(s_1, s_2) = (s_2 - s_1)\frac{d(s_1 + s_2 + 2) + c}{3},$$

---

[7] О концепции совершенного равновесия см. работу Зельтена (Selten, 1975).

$$p_2^*(s_1,s_2) = (s_2 - s_1)\frac{d(4 - s_1 - s_2) - c}{3}$$

при $c/d < 4 - s_1 - s_2$ и

$$p_1^*(s_1,s_2) = (s_2 - s_1)[d(s_1 + s_2 - 2) + c],$$

$$p_2^*(s_1,s_2) = 0$$

при $c/d \geq 4 - s_1 - s_2$.[8] Если $2d \leq c$, прибыль второго продавца $P_2[s_1, s_2;\, p_1^*(s_1,s_2),\, p_2^*(s_1,s_2)]$ всегда равна нулю, а прибыль, получаемая первым магазином, $P_1[s_1, s_2;\, p_1^*(s_1,s_2),\, p_2^*(s_1,s_2)]$ — это убывающая функция аргумента s_1 при любом значении s_2 в S_{II}. Следовательно, для любого $s_2 \in S_{\mathrm{II}}$ пара $[(s_1^*, p_1^*), (s_2^*, p_2^*)] = (\{1, (s_2 - 1)[d(s_2 - 1) + c]\}, (s_2, 0))$ — ситуация совершенного равновесия, при условии $2d \leq c$.

Если же $2d > c$, то продавец 2 всегда может выбрать s_2 достаточно большим, чтобы выполнялось условие $c/d < 4 - s_1 - s_2$, гарантирующее ему строго положительную прибыль. Прибыль же первого продавца все так же понижается с ростом s_1 для любого $s_2 \in S_{\mathrm{II}}$, поэтому для продавца 1 максимизация прибыли достигается при $s_1 = 1$.

Положение s_2, доставляющее максимум прибыли второму продавцу, определяется из необходимого условия экстремума $dP_2[1, s_2;\, p_1^*(1, s_2),\, p_2^*(1, s_2)]/ds_2 = 0$, т. е. $s_2^* = (2d - c/3d) + 1$ и это строго больше 1, так как $2d > c$. Следовательно, если $2d > c$, то пара

$$[(s_1^*, p_1^*), (s_2^*, p_2^*)] = \left(\left\{1, \frac{(2d-c)}{9d}\left[4d + \frac{(2d-c)}{3} + c\right]\right\},\right.$$
$$\left.\left\{1 + \frac{(2d-c)}{3d}, \frac{(2d-c)}{9d}\left[2d - \frac{(2d-c)}{3} - c\right]\right\}\right)$$

является единственной ситуацией совершенного равновесия в этой двухшаговой игре.

---

[8] При $c/d \geq 4 - s_1 - s_2$ продавец 1 в положении равновесия использует стратегию, подобную стратегии монополиста, препятствующую входу на рынок. Действительно, p_1^* — это та максимальная цена для продавца 1, которая гарантирует ему, что продавец 2 не войдет на рынок даже с нулевой ценой.

Таким образом, при вертикальной дифференциации продукта всегда существует равновесная цена и местоположение. В некоторых случаях ($2d \leq c$) только одна фирма имеет строго положительную прибыль при равновесии. В остальных же случаях совершенное равновесие дает единственное эндогенное решение для цен и продуктовых отличий.[9]

III. Выводы

Рассмотренные выше примеры показали, что большей стабильности ценовой и продуктовой конкуренции следует ожидать при вертикальной дифференциации продукта, чем при горизонтальной. Однако верно ли это в общем случае? Для этого нам необходимо определить обобщенное свойство не-существования равновесной цены в случае горизонтальной дифференциации, и наоборот, свойство существования равновесия в общем случае при вертикальной дифференциации. Безусловно, это трудновыполнимая задача (если она выполнима вообще), поэтому будем считать, что рассмотренные нами два примера указывают нам лишь правильный путь рассмотрения этой проблемы.

Одним из шагов на этом пути является некоторое обобщение функции транспортных затрат. А именно давайте предположим, что транспортные затраты между s и s' задаются функцией t аргумента $|s - s'|$, которая дважды непрерывно дифференцируема, возрастающая и выпуклая.[10] При решении вопроса существования обычно используют теоремы о неподвижной точке, условия которых выполняются при квазивогнутости функции прибыли фирмы. В теории олигополии необходимым

---

[9] В другой статье (Gabszewicz, Thisse 1979) мы рассмотрели модель, перекликающуюся с нынешним исследованием. Две фирмы предполагают продавать взаимозаменяемые продукты потребителям с одинаковыми вкусами, но различными доходами; идентичность вкусов, влекущая за собой то, что все потребители одинаково ранжируют товары, ведет к структуре предпочтений, аналогичной модели II (вертикальная дифференциация). Описание совершенного равновесия в этой модели дано в работе Шайкеда и Саттона (1982).

[10] Выпуклость функции t вытекает из вогнутости функции полезности.

условием квазивогнутости функции прибыли является вогнутость функции спроса. В нашей задаче видно, что свойства функции спроса самым тесным образом связаны с функцией t. Следовательно, проблема существования ценового равновесия может быть решена путем определения того класса функций транспортных затрат, которые обеспечивают вогнутость функции спроса. Понятно, что результаты будут разными для моделей I и II.

Обозначим через $\bar{x}(p_1, p_2)$ положение того покупателя, которому безразлично, у какого продавца приобретать товар. Для модели I $\bar{x}$ находится как решение уравнения:

$$p_1 + t(|\bar{x} - s_1|) = p_2 + t(|\bar{x} - s_2|),$$

а для модели II $\bar{x}$ соответственно:

$$p_1 + t(|s_1 - \bar{x}|) = p_2 + t(|s_2 - \bar{x}|).$$

Для начала рассмотрим модель I. Предполагая, что $\bar{x}$ находится между s_1 и s_2, с помощью несложных вычислений можно показать, что[11]

$$\frac{d^2\bar{x}}{dp_1^2} = -\frac{t''(\bar{x} - s_1) - t''(s_2 - \bar{x})}{[t'(\bar{x} - s_1) + t'(s_2 - \bar{x})]^3}.$$

Так как спрос для фирмы 1 — это $\mu_1(p_1, p_2) = \bar{x}(p_1, p_2)$, то вогнутость величины μ_1 в точке p_1 эквивалентна вогнутости $\bar{x}$ в точке p_1. А для этого должно выполняться условие $d^2\bar{x}/dp_1^2 \le 0$ для любой цены p_1. Пусть цена $\bar{p}_2$ — фиксирована и при этом $\bar{p}_2 > t(s_1, s_2)$. Тогда для $p_1' = \bar{p}_2 + t(s_1, s_2)$ мы получаем $\bar{x}(p_1', \bar{p}_2) = s_1$, а для $p_1'' = \bar{p}_2 - t(s_1, s_2)$ получается $\bar{x}(p_1'', \bar{p}_2) = s_2$. Следовательно, должно выполняться следующее равенство:

$$\left.\frac{d^2\bar{x}}{dp_1^2}\right|_{(p_1', \bar{p}_2)} = -\left.\frac{d^2\bar{x}}{dp_1^2}\right|_{(p_1'', \bar{p}_2)}.$$

[11] Заметим, что $\bar{x}$ может не иметь производных в некоторых ценовых областях; тогда имеет смысл рассматривать право- и левосторонние производные.

Это означает, что, если только $d^2\bar{x}/dp_1^2$ не равняется нулю на всем промежутке $[p_1', p_1'']$, величина $d^2\bar{x}/dp_1^2$ должна менять свой знак на этом промежутке, поэтому $\bar{x}$ не может быть вогнутой функцией в точке p_1.

Перейдем ко второй модели. Получаем

$$\frac{d^2\bar{x}}{dp_1^2} = \frac{t''(s_1 - \bar{x}) - t''(s_2 - \bar{x})}{[t'(s_1 - \bar{x}) - t'(s_2 - \bar{x})]^3}\,.$$

Аналогично предыдущему случаю получаем, что вогнутость функции спроса i-й фирмы в точке p_1 зависит от вогнутости $\bar{x}$ в той же точке. Но в отличие от модели I $d^2\bar{x}/dp_1^2$ может быть отрицательной для всех цен p_1. Для этого необходимо, чтобы функция t'' была невозрастающей функцией расстояния, а это достигается тогда, когда функция транспортных затрат не «слишком» выпукла.

При изменении моделей I и II с учетом обобщенных функций транспортных затрат мы можем сделать следующие выводы. Во-первых, вогнутость функции спроса почти никогда не имеет места в модели I. Конечно, вогнутость — это только необходимое условие существования ценового равновесия. Но, как мы видели в первом примере, очень часто оно является и достаточным. Как следствие всего этого, равновесие в модели I является большой проблемой. В противоположность этому в модели II мы выделили целый класс функций транспортных затрат, обеспечивающих вогнутость спроса, а следовательно, и существование ценового равновесия. Конечно, это еще не говорит о наличии совершенного равновесия, но как минимум дает некоторую надежду на устойчивость в модели II.[12]

---

[12] Отметим, что другие модели подтверждают наши результаты. Так, для общей модели горизонтальной дифференциации продукта Маклеод (1985) показал, что ценового равновесия не существует, когда фирмы размещены достаточно близко друг к другу и предельные производственные затраты убывают с ростом выпуска. Кроме того, Габжевич доказал существование ценового равновесия в модели вертикальной дифференциации для целого класса функций полезности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Утверждение 1.

В модели I не существует ценового равновесия, когда

$$2a \le \min\left(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{c}}{2\sqrt{d} + \sqrt{c}}\right). \qquad \textbf{(A1)}$$

Доказательство.

Пусть (p_1^*, p_2^*) — это равновесные цены. Здесь возникают три ситуации. Так, (p_1^*, p_2^*) может принадлежать такой ценовой области:

$$D_1 = \{(p_1, p_2); 1/2 - a \le \bar{x}(p_1, p_2) \le 1/2 + a\}.$$

Тогда в D_1 $\bar{x}(p_1, p_2)$ будет равно

$$\frac{p_2 - p_1 + 2ad + c}{4ad + 2c}$$

и

$$P_1(p_1,\ p_2) = p_1 \frac{p_2 - p_1 + 2ad + c}{4ad + 2c},$$

$$P_2(p_1,\ p_2) = p_2 \frac{p_1 - p_2 + 2ad + c}{4ad + 2c}.$$

Несложные вычисления приводят к результату $p_1^* = p_2^* = 2ad + c$ и $P_1(p_1^*,\ p_2^*) = ad + c/2$. Для данной цены p_2^* найдем наилучший ответ $\bar{p}_1$ фирмы 1 на нее в таких областях:

$$D_{11} = \{p_1;\ 0 \le \bar{x}(p_1, p_2^*) < 1/2 - a\},$$

при этом

$$\bar{x}(p_1,\ p_2^*) = \frac{p_2^* - p_1 + 2ad + 2ac}{4ad}$$

и

$$D_{12} = \{p_1;\ 1/2 + a < \bar{x}(p_1,\ p_2^*) \le 1\}.$$

Здесь соответственно

$$\bar{x}(p_1,\ p_2^*) = \frac{p_2^* - p_1 + 2ad - 2ac}{4ad}.$$

Рассмотрим сначала случай D_{11}. Максимум выражения $p_1\bar{x}(p_1,\ p_2^*)$ на интервале $[0,\ \infty)$ достигается в точке $\hat{p}_1 = 2ad + ac + c/2$. При этом видно, что $\bar{x}(\hat{p}_1,\ p_2^*) > 1/2 - a$. Из этого следует, что в области D_{11} не существует лучшего ответа на цену p_2^* для фирмы 1. Перейдем к рассмотрению области D_{12}. При данном условии (A1) легко проверить, что максимум $P_1(p_1, p_2^*)$ в этой области достигается при цене $\bar{p}_1$, для которой $\bar{x}(p_1, p_2^*) = 1$, или $\bar{p}_1 = c(1-2a)$. Учитывая условие (A1), получаем $P_1(\bar{p}_1, p_2^*) > P_1(p_1^*, p_2^*)$. Так как D_1 не содержит равновесной ситуации, то перейдем к рассмотрению второго случая, т. е. ситуации когда (p_1^*, p_2^*) принадлежит такой ценовой области:

$$D_2 = \{(p_1, p_2);\ 1/2 + a < \bar{x}(p_1, p_2) \le 1\}.$$

Для D_2 имеем

$$\bar{x}(p_1, p) = \frac{p_2 - p_1 + 2ad - 2ac}{4ad}$$

и

$$P_1(p_1, p_2) = p_1 \frac{p_2 - p_1 + 2ad - 2ac}{4ad},$$

$$P_2(p_1, p_2) = p_2 \frac{p_1 - p_2 + 2ad + 2ac}{4ad}.$$

Легко показать, что решения p_1 и p_2 необходимых условий экстремума ($dP_1/dp_1 = 0$ и $dP_2/dp_2 = 0$) имеют вид $\bar{x}(p_1, p_2) > 1/2 + a$. Таким образом, (p_1^*, p_2^*) не принадлежит внутренности области D_2, поэтому должно быть верно $\bar{x}(p_1^*, p_2^*) = 1$. Но тогда p_2^* не является лучшим ответом фирмы 2 против цены p_1^*, так как $P_2(p_1^*, p_2^*) = 0$. Следовательно, в области D_2 у нас не существует ценового равновесия.

Рассмотрим последний случай:

$$(p_1^*, p_2^*) \in D_3 = \{(p_1, p_2);\ 0 \le \bar{x}(p_1, p_2) < 1/2 - a\}.$$

Аналогично предыдущим рассуждениям легко показать, что и в этом случае равновесия не существует.

Утверждение 2.

В модели II существует единственная точка равновесия, определяемая формулами:

$$p_1^*(s_1, s_2) = (s_2 - s_1)\frac{d(s_1 + s_2 + 2) + c}{3},$$

$$p_2^*(s_1, s_2) = (s_2 - s_1)\frac{d(4 - s_1 - s_2) - c}{3},$$

когда

$$\frac{c}{d} < 4 - s_1 - s_2, \qquad \textbf{(A2)}$$

и

$$p_1^*(s_1, s_2) = (s_2 - s_1)[d(s_1 + s_2 - 2) + c],$$

$$p_2^*(s_1, s_2) = 0,$$

когда

$$\frac{c}{d} \geq 4 - s_1 - s_2. \qquad \textbf{(A3)}$$

Доказательство.

Пусть (p_1^*, p_2^*) — ситуация равновесия. (Так как функция прибыли квазивогнута, мы знаем, что такое равновесие существует.) Предположим, что верно условие (A2). Тогда на области

$$D_1 = \{(p_1, p_2);\ \mu_1(p_1, p_2) > 0 \text{ и } \mu_2(p_1, p_2) > 0\}$$

функции спроса для фирм задаются формулами:

$$\mu_1(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + c(s_2 - s_1) + d(s_2^2 - s_1^2)}{2d(s_2 - s_1)}$$

и

$$\mu_2(p_1, p_2) = \frac{p_1 - p_2 + 2d(s_2 - s_1) - c(s_2 - s_1) - d(s_2^2 - s_1^2)}{2d(s_2 - s_1)}.$$

Если $(p_1^*, p_2^*) \in D_1$, то p_1^* и p_2^* должны удовлетворять необходимым условиям экстремума:

$$\frac{dP_i}{dp_i} = 0, \quad i = 1, 2.$$

Соответственно

$$p_1^*(s_1, s_2) = (s_2 - s_1)\frac{d(s_1 + s_2 + 2) + c}{3}$$

и

$$p_2^*(s_1, s_2) = (s_2 - s_1)\frac{d(4 - s_1 - s_2) - c}{3}.$$

И если верно условие (A2), то $p_2^* > 0$ и $(p_1^*, p_2^*) \in D_1$. Тогда для доказательства того, что найденные выше цены будут действительно равновесными, достаточно показать, что $P_i(p_i^*, p_j^*) > P_i(\bar{p}_i, p_j^*)$, где $\bar{p}_i$ — это наилучший ответ фирмы i против цены p_j^* в области

$$D_i = \{p_i;\ \mu_j(p_i, p_j^*) = 0\}.$$

Пусть $i = 1$. Тогда

$$\bar{p}_i = \tfrac{2}{3}(s_2 - s_1)[d(s_1 + s_2 - 1) + c].$$

Используя условие (A2) получаем, что $P_1(p_1^*, p_2^*) > P_1(\bar{p}_1, p_2^*)$. Тогда $(p_1^*, p_2^*) \in D_1$ — это ситуация равновесия.

Пусть теперь верно условие (A3). Тогда из всего вышесказанного следует, что (p_1^*, p_2^*) должно принадлежать множеству

$$D_2 = \{(p_1, p_2);\ \mu_1(p_1, p_2) = 1\}.$$

То, что p_2^* равно нулю, следует из того факта, что фирма 2 за счет понижения цены может захватить некоторую долю рынка. Пусть

$$p_1^L = (s_2 - s_1)[d(s_1 + s_2 - 2) + c] \text{ —}$$

это решение уравнения для $\mu_1(p_1, 0) = 1$. Ясно, что p_1^L доминирует над любой другой ценой, $p_1 < p_1^L$. Кроме того, можно показать, что $dP_1/dp_1 < 0$ для любой цены $p_1 > p_1^L$ при условии (A3). Следовательно, мы имеем $p_1^* = p_1^L$.

Литература

1. *Bertrand J.* Théorie mathématique de la richesse sociale // Journal des Savant. 1883. Vol. 48. P. 499–508.
2. *d'Aspremont C., Jaskold Gabszewicz J., Thisse J.-F.* On Hotelling's stability in competition // Econometrica. 1979. Vol. 47. P. 1145–1150.
3. *Eaton B. C., Lipsey R. G.* Freedom of entry and the existence of pure profits // Economic Journal. 1978. Vol. 88. P. 455–469.
4. *Edgeworth F.* The pure theory of monopoly // В кн.: Papers Relating to Political Economy. London : Macmillan, 1925. Vol. 1. P. 111–142.
5. *Hotelling H.* Stability in competition // Economic Journal. 1929. Vol. 39. P. 41–57.
6. *Jaskold Gabszewicz J., Thisse J.-F.* Price competition, quality and income disparities // Journal of Economic Theory. 1979. Vol. 20. P. 340–359.

7. *Jaskold Gabszewicz J., Shaked A., Sutton J., Thisse J.-F.* Price competition among differentiated products: a detailed study of Nash equilibrium // London School of Economics. ICERD DP 8137. 1981.
8. *Lancaster K.* Variety, Equity and Efficiency. New York : Columbia University Press, 1979.
9. *MacLeod W. B.* On the non-existence of equilibria in differentiated product models // Regional Science and Urban Economics. 1985. Vol. 15. P. 245–262.
10. *Selten R.* Re-examination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games // International Journal of Game Theory. 1975. Vol. 4. P. 25–55.
11. *Shaked A., Sutton J.* Relaxing price competition through product differentiation // Review of Economic Studies. 1982. Vol. 69. P. 3–13.
12. *Shaked A., Sutton J.* Product differentiation and industrial structure // London School of Economics. ICERD DP 85113. 1985.